考前仿真卷

《数学（文史财经类）》

高中起点升本、专科

一、选择题（本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 甲、乙两人独立地破译一个密码，设两人能破译的概率分别为p_1，p_2，则恰有一人能破译的概率为（）

A. $1-(1-p_1)(1-p_2)$

B. p_1p_2

C. $(1-p_1)p_2$

D. $(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1$

A. $\log_a 2<0$

B. $\log_2 a>0$

C. $2^a<1$

D. $\left(\frac{1}{a}\right)^2>1$

3. 已知一次函数$y=2x+b$的图像经过点$(-2,1)$，则该图像也经过点（）

A. $(1,7)$

B. $(1,-3)$

C. $(1,5)$

D. $(1,-1)$

4. 等差数列$\{a_n\}$中，若$a_1=2$，$a_3=6$，则$a_2=$（）

A. 3
B. 4
C. 8
D. 12

5. 设甲：$x=1$，乙：$x^2-3x+2=0$，则（）

A. 甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件
B. 甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件
C. 甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件
D. 甲是乙的充分必要条件

6. 函数$y=\sqrt{x^2+9}$的值域为（）

A. $\mathbf{R}$

B. $[3,+\infty)$

C. $[0,+\infty)$

D. $[9,+\infty)$

7. 函数$y=2\sin 6x$的最小正周期为（）

A. 2π

B. $\frac{\pi}{3}$

C. 3π

D. $\frac{\pi}{2}$

8. 函数$f(x)=2\sin(3x+\pi)+1$的最大值为（）

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

9. 已知点$A(-4,2),B(0,0)$,则线段AB的垂直平分线的斜率为（）

A. -2

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

10. 设函数$f(x)=\frac{x+1}{x}$,则$f(x-1)=$（）

A. $\frac{1}{x+1}$

B. $\frac{x}{x+1}$

C. $\frac{1}{x-1}$

D. $\frac{x}{x-1}$

11. 设二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像过点$(-1,2)$和$(3,2)$，则其对称轴的方程为（）

A. $x=-1$

B. $x=3$

C. $x = 2$

D. $x = 1$

12. 函数$y = x + 1$与$y = \frac{1}{x}$图像交点的个数为（）

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

13. 设角α的顶点在坐标原点，始边为x轴非负半轴，终边过点$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$，则$\sin\alpha =$（）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

14. 设$\tan\theta = 2$，则$\tan(\theta + \pi) =$（）

A. -2

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

15. 不等式$|x - 3| > 2$的解集是（）

A.

B. $\{x \mid x < 1\}$

C. $\{x \mid 1 < x < 5\}$

D. $\{x \mid x > 5\}$

16. 抛物线$y^2 = -4x$的准线方程为（）

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $y = 1$

D. $y = -1$

17. 从5位同学中任意选出3位参加公益活动，不同的选法共有（）

A. 5种

B. 10 种
C. 15 种
D. 20 种

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。）

18. 若函数$f(x)=x^2+ax$为偶函数，则$a=$__________.

19. 抛物线$y^2=2px$的准线过双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的左焦点，则$p=$__________.

20. 若向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$与$\boldsymbol{b}=(3,x)$平行，则$x=$__________.

21. 从某公司生产的安全带中随机抽取 10 条进行断力测试，测试结果（单位：kg）如下：

3722 3872 4004 4012 3972 3778 4022 4006 3986 4026

则该样本的样本方差为__________kg^2(精确到 0.1).

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分。解答应写出推理、演算步骤。）

22. 已知$\triangle ABC$中，$A=30^\circ, AC=BC=1$.求

(Ⅰ)AB；

(Ⅱ)$\triangle ABC$的面积.

23. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2-2n$.求

(Ⅰ)$\{a_n\}$的前三项；

(Ⅱ)$\{a_n\}$的通项公式.

24. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{2}$，且$a^2, 2\sqrt{3}, b^2$成等比数列.
(Ⅰ)求C的方程；

(Ⅱ)设C上一点P的横坐标为 1，F_1、F_2为C的左、右焦点，求$\triangle PF_1F_2$的面积.

25. 设函数$f(x)=x^4-4x+5$.

(Ⅰ)求$f(x)$的单调区间，并说明它在各区间的单调性；

(Ⅱ)求$f(x)$在区间$[0,2]$的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、单项选择题

1. 【答案】D

【解析】设事件 A 为甲破译密码，事件 B 为乙破译密码，且 A 与 B 相互独立，则事件$A\overline{B}+\overline{A}B$为恰有一人能破译密码．$P(A\overline{B}+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=p_1(1-p_2)+p_2(1-p_1)$.

2. 【答案】B

【解析】当 $a>1$ 时，$\log_a 2>0$，$2^a>1$，$\left(\frac{1}{a}\right)^2<1$，故选 B.

3.【答案】A

【解析】因为一次函数 $y=2x+b$ 的图像过点 $(-2,1)$，所以，$1=2\times(-2)+b$，$b=5$，即 $y=2x+5$. 结合选项，当 $x=1$ 时，$y=7$，故本题选 A.

4.【答案】B

【解析】由等差数列的性质知 $a_1+a_3=2a_2$，故 $a_2=\frac{a_1+a_3}{2}=\frac{2+6}{2}=4$.

5.【答案】B

【解析】$x=1\Rightarrow x^2-3x+2=0$，但 $x^2-3x+2=0\Rightarrow x=1$ 或 $x=2$，故甲是乙的充分不必要条件.

6.【答案】B

【解析】因为对任意的 x 都有 $x^2+9\geqslant 9$，即 $y=\sqrt{x^2+9}\geqslant\sqrt{9}=3$，则函数 $y=\sqrt{x^2+9}$ 的值域为 $[3,+\infty)$.

7.【答案】B

【解析】函数 $y=2\sin 6x$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$.

8.【答案】D

【解析】由三角函数的性质可知 $-1\leqslant\sin(3x+\pi)\leqslant 1$，故 $-1\leqslant 2\sin(3x+\pi)+1\leqslant 3$，因此 $f(x)$ 的最大值为 3.

9.【答案】D

【解析】线段 AB 的斜率 $k=\frac{0-2}{0-(-4)}=-\frac{1}{2}$，故线段 AB 的垂直平分线的斜率为 $-\frac{1}{k}=2$.

10.【答案】D

【解析】$f(x)=\frac{x+1}{x}$，则 $f(x-1)=\frac{x-1+1}{x-1}=\frac{x}{x-1}$.

11.【答案】D

【解析】由题意知，$\begin{cases}a-b+c=2\\9a+3b+c=2\end{cases}\Rightarrow b=-2a$，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}=1$.

12.【答案】C

【解析】解方程组 $\begin{cases}y=x+1\\y=\frac{1}{x}\end{cases}$，得交点 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2},\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$，$\left(-\frac{\sqrt{5}+1}{2},\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$，故其有 2 个交点.

13.【答案】A

【解析】由题设知 α 为钝角，故 $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(-\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14.【答案】B

【解析】$\tan(\theta+\pi)=\tan\theta=2$.

15.【答案】A

【解析】$|x-3|>2 \Rightarrow x-3>2$ 或 $x-3<-2 \Rightarrow x>5$ 或 $x<1$.

16.【答案】B

【解析】抛物线 $y^2=-4x=-2\times 2x$，故其准线方程为 $x=\frac{2}{2}=1$.

17.【答案】B

【解析】不同的选法共有 $C_5^2=\frac{5!}{3!\times 2!}=10$ 种.

二、填空题

18.【答案】0

【解析】若 $f(x)$ 为偶函数，则有 $f(-x)=f(x)$，即 $x^2-ax=x^2+ax \Rightarrow 2ax=0$，而 x 不恒为

0，故 $a=0$.

19.【答案】4

【解析】由题意知，$p>0$，抛物线 $y^2=2px$ 的准线为 $x=-\frac{p}{2}$，双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左焦点为

$(-\sqrt{3+1},0)$，即 $(-2,0)$，由题意知，$-\frac{p}{2}=-2$，$p=4$.

20.【答案】6

【解析】因为 a 与 b 平行，故 $\frac{1}{3}=\frac{2}{x} \Rightarrow x=6$.

21.【答案】10928.8

【解析】

$$\bar{x}=\frac{3722+3872+4004+4012+3972+3778+4022+4006+3986+4026}{10}=3940,\ s^2=\frac{(3722-3940)^2+(3872-3940)^2+\cdots+(4026-3940)^2}{10}=10928.8.$$

三、解答题

22.【答案】

（Ⅰ）由已知得 $C=120°$.

$$\begin{aligned}AB&=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C}\\&=\sqrt{1+1-2\cos 120°}\\&=\sqrt{3}.\end{aligned}$$

（Ⅱ）设 CD 为 AB 边上的高，那么

$CD=AC\cdot\sin 30°=\frac{1}{2}$.

$\triangle ABC$ 的面积为

$\frac{1}{2}\cdot AB\cdot CD=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【解析】

23.【答案】

（Ⅰ）因为 $S_n=n^2-2n$，则

$a_1=S_1=-1$，

$a_2=S_2-a_1=2^2-2\times 2-(-1)=1$，

$a_3=S_3-a_1-a_2=3^2-2\times 3-(-1)-1$

$= 3.$

（Ⅱ）当 $n \geqslant 2$ 时，

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$
$$= n^2 - 2n - [(n-1)^2 - 2(n-1)]$$
$$= 2n - 3.$$

当 $n = 1$ 时，$a_1 = -1$，满足公式 $a_n = 2n - 3$.

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n = 2n - 3$.

【解析】

24.【答案】

（Ⅰ）由

$$\begin{cases} a^2b^2 = 12, \\ \dfrac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

得 $a^2 = 4$，$b^2 = 3$.

所以 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{3} = 1$.

（Ⅱ）设 $P(1, y_0)$，代入 C 的方程得 $|y_0| = \dfrac{3}{2}$，

又 $|F_1F_2| = 2$.

所以$\triangle PF_1F_2$的面积 $S = \dfrac{1}{2} \times 2 \times \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$.

【解析】

25.【答案】

（Ⅰ）由已知可得 $f'(x) = 4x^3 - 4$，由 $f'(x) = 0$，

得 $x = 1$.

当 $x < 1$ 时，$f'(x) < 0$；当 $x > 1$ 时，$f'(x) > 0$.

故 $f(x)$ 的单调区间为 $(-\infty, 1)$ 和 $(1, +\infty)$，

并且 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上为减函数，

在 $(1, +\infty)$ 上为增函数.

（Ⅱ）因为 $f(0) = 5$，$f(1) = 2$，$f(2) = 13$，所以 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 的最大值为 13，最小值为 2.

【解析】