精华考点 6 页纸

数学（文史财经类）

高中起点升本、专科

·精品奉献

第一部分 代 数

考点 1 函数的定义

如果在某变化过程中有两个变量 x，y，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则，y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就是 x 的函数，x 叫自变量，y 叫因变量，可以记作 $y=f\left(x\right)$（其中 f 表示对应法则）.

自变量 x 的取值范围叫函数的定义域，和 x 的值对应的 y 的值叫函数值，函数值的集合叫函数的值域.

求函数定义域时有以下几个原则：

（1）当函数式为分式时，分式的分母不等于零.

（2）当函数式为偶次根式时，被开方数（或式）大于等于零.

（3）当函数式为零次幂时，底数不等于零.

（4）当函数式为对数时，真数大于零，底数大于零且不等于 1.

考点 2 求反函数的步骤

如果 $y=f\left(x\right)$ 有反函数，那么求 $y=f\left(x\right)$ 的反函数的步骤是：

（1）求出函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域和值域.

（2）从 $y=f\left(x\right)$ 中解出 x，即 $x=f^{-1}\left(y\right)$.

（3）把 $x=f^{-1}\left(y\right)$ 中的 x、y 对调，改为 $y=f^{-1}\left(x\right)$.

（4）在 $y=f^{-1}\left(x\right)$ 后面写上定义域.

求反函数时，首先考虑原函数的定义域和值域，否则会导致错误结论，若原函数式是开偶次方，要根据原函数式的定义域判断出反函数的正、负号.

考点 3 函数的单调性

函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 A，某个区间是 A 的子集.

如果对于这个区间上任意两个自变量的值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，

（1）若都有 $f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$，那么就说 $f\left(x\right)$ 在这个区间上是增函数，这个区间为函数的增区间.

（2）若都有 $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，那么就说 $f\left(x\right)$ 在这个区间上是减函数，这个区间为函数的减区间.

考点 4 函数的奇偶性

设函数 $f\left(x\right)$ 的定义域是 A，并且当任意的 $x\in A$ 时，也有 $-x\in A$.

（1）如果对于任何 $x\in A$，都有 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，那么函数 $f\left(x\right)$ 就称为奇函数.

（2）如果对于任何 $x \in A$，都有 $f(-x) = f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就称为偶函数.

考点 5 指数函数和对数函数

（1）指数函数：$y = a^x (a>0, a \neq 1)$，定义域为（$-\infty$，$+\infty$），$a>1$ 时，a^x 是增函数，底数越大，函数图像越靠近 y 轴；$0<a<1$ 时，a^x 是减函数，底数越小，函数图像越靠近 y 轴.

（2）对数函数：$y = \log_a x (a>0, a \neq 1)$，定义域为（0，$+\infty$），$a>1$ 时，$\log_a x$ 是增函数，底数越大，函数图像越靠近 x 轴；$0<a<1$ 时，$\log_a x$ 是减函数，底数越小，函数图像越靠近 x 轴.

考点 6 数列的前 n 项和

（1）数列的前 n 项和一般用 S_n 表示，即 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

（2）已知 S_n 求 a_n 时可用公式 $a_n = \begin{cases} S_1, & n = 1, \\ S_n - S_{n-1}, & n \geq 2. \end{cases}$

考点 7 等差数列

如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，这个数列就叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，公差常用字母 d 表示，$d = a_{n+1} - a_n$.

（1）通项公式：$\underline{a_n = a_1 + (n-1)d}$.

（2）中项：$\underline{\text{如果 } a, A, b \text{ 成等差数列，那么 } A \text{ 叫做 } a \text{ 和 } b \text{ 的等差中项且 } A = \frac{a+b}{2} \text{ 或 } a+b=2A}$.

（3）前 n 项和公式：$\underline{S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \text{ 或 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d}$.

考点 8 等差数列的性质

如果 $m + n = p + q$，则 $a_m + a_n = a_p + a_q$，$S_{2n-1} = (2n-1) \cdot a_n$，$a_m = a_n + (m-n)d$.

考点 9 等比数列

如果一个数列从第 2 项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，这个数列就叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比常用字母 q 表示，$q = \frac{a_{n+1}}{a_n} (q \neq 0)$.

（1）通项公式：$a_n = a_1 q^{n-1}$.

（2）中项：如果 a，G，b 成等比数列，那么 G 叫做 a 和 b 的等比中项，且 $G^2=ab$ 或 $G=\pm\sqrt{ab}$.

（3）前 n 项和公式：当 $q=1$ 时，$S_n=na_1$，当 $q\neq 1$ 时，$S_n=\dfrac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$ 或 $S_n=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}$.

考点 10 等比数列的性质

如果 $m+n=p+q$，则 $a_m \bullet a_n=a_p \bullet a_q$，其中的 m、n、p、$q\in N$.

考点 11 导数的几何意义

导数 $f'\left(x_0\right)$ 表示曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(x_0，y_0\right)$ 处的切线的斜率，即 $f'\left(x_0\right)=\tan\alpha$，其中 α 为 $f\left(x\right)$ 在 x_0 处的切线的倾斜角，由此可知曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $M\left(x_0，y_0\right)$ 处的切线方程为 $y-y_0=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)$.

考点 12 函数单调性的判别法

（1）如果 $f\left(x\right)$ 在 $\left(a，b\right)$ 内的导数 $f'\left(x\right)>0$，则函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(a，b\right)$ 上是单调增加的；

（2）如果 $f\left(x\right)$ 在 $\left(a，b\right)$ 内的导数 $f'\left(x\right)<0$，则函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(a，b\right)$ 上是单调减少的.

考点 13 函数的极值的判别法

函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 $[a,b]$，$x_0\in[a,b]$，设 $f'\left(x_0\right)=0$，

（1）如果当 $x<x_0$ 时，$f'\left(x\right)>0$；当 $x>x_0$ 时，$f'\left(x\right)<0$，则函数 $f\left(x\right)$ 在 x_0 处取得极大值.

（2）如果当 $x<x_0$ 时，$f'\left(x\right)<0$；当 $x>x_0$ 时，$f'\left(x\right)>0$，则函数 $f\left(x\right)$ 在 x_0 处取得极小值.

（3）如果在 x_0 的两侧，$f'\left(x\right)$ 具有相同的符号，则函数 $f\left(x\right)$ 在 x_0 处不取极值.

考点 14 函数最值的求法

（1）求 $f\left(x\right)$ 在指定区间内所有使 $f'\left(x_0\right)=0$ 的点；

（2）计算函数 $f\left(x\right)$ 在区间内使 $f'\left(x_0\right)=0$ 的所有点和区间端点的函数值，其中最大的为最大值，最小的为最小值.

第二部分 三 角

考点 1 正弦函数、余弦函数的性质

	$y=\sin x$	$y=\cos x$
定义域	R	R

值域	[-1，1]，最大值为 1，最小值为-1	[-1，1]，最大值为 1，最小值为-1
周期性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π
单调性	在$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$上是增函数， 在$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$上是减函数 $\left(k\in Z\right)$	在$\left[\left(2k-1\right)\pi,2k\pi\right]$上是增函数，在 $\left[2k\pi,\left(2k+1\right)\pi\right]$上是减函数 $\left(k\in Z\right)$
奇偶性	奇函数	偶函数

考点 2 正切函数、余切函数的性质

	$y=\tan x$	$y=\cot x$
定义域	$\{x\mid x\in R，且x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\}$	$\{x\mid x\in R，且x\neq k\pi，k\in Z\}$
值域	R，函数无最大值、最小值	R，函数无最大值、最小值
周期性	最小正周期为π	最小正周期为π
单调性	在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$内是增函数 $\left(k\in Z\right)$	在$\left(k\pi,\left(k+1\right)\pi\right)$内是减函数$\left(k\in Z\right)$
奇偶性	奇函数	奇函数

考点 3 解斜三角形的有关定理和公式

已知ΔABC中，设$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对应的边为a、b、c，R为ΔABC的外接圆半径.

（1）三角形三内角和：$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$.

（2）正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

（3）余弦定理：$\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\\ b^2=c^2+a^2-2ca\cos B\\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\end{cases}$.

（4）三角形面积公式：$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$.

第三部分 平面解析几何

考点 1 两直线的位置关系

设两直线斜率都存在，其方程分别为$l_1:y=k_1x+b_1$（或$A_1x+B_1y+C_1=0$），$l_2:y=k_2x+b_2$（或$A_2x+B_2y+C_2=0$）（A_2、B_2、C_2不等于 0）.

（1）直线 l_1 与 l_2 平行 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ 或 $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2}$.

（2）直线 l_1 与 l_2 重合 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$ 或 $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2}$.

（3）直线 l_1 与 l_2 垂直 $\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$（或 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$）.

（4）直线 l_1 与 l_2 相交 $\Leftrightarrow k_1 \neq k_2$（或 $\dfrac{A_1}{A_2} \neq \dfrac{B_1}{B_2}$）（垂直是相交的特殊情况）.

考点 2 圆的标准方程

设圆心在点 $(a，b)$，半径为 r，则圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

考点 3 点与圆的位置关系

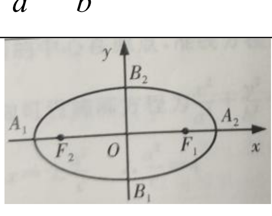
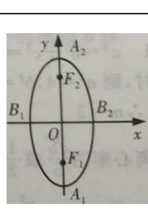
点 $P(x_0，y_0)$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系：点 P 到圆心的距离 $d = \sqrt{(x_0-a)^2 + (y_0-b)^2}$，当 $d = r$ 时点 P 在圆上，当 $d < r$ 时点 P 在圆内；当 $d > r$ 时点 P 在圆外.

考点 4 直线与圆的位置关系

直线 $Ax + By + C = 0$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系：设圆心到直线的距离为 $d = \dfrac{|A \bullet a + B \bullet b + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$，当 $d < r$ 时直线和圆相交；当 $d = r$ 时直线与圆相切；当 $d > r$ 时，直线和圆相离.

过圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 上一点 $P(x_0，y_0)$ 的切线方程是 $x_0x + y_0y = r^2$.

考点 5 椭圆的标准方程和几何性质

标准方程	$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$	$\dfrac{x^2}{b^2} + \dfrac{y^2}{a^2} = 1(a > b > 0)$
图形		
顶点	$A_1(-a,0)$、$A_2(a,0)$ $B_1(0,-b)$、$B_2(0，b)$	$A_1(0,-a)$、$A_2(0，a)$ $B_1(-b,0)$、$B_2(b,0)$
对称轴	x 轴、y 轴，长轴长 $2a$，短轴长 $2b$	

焦点	$F_1(c,0)$、$F_2(-c,0)$	$F_1(0,-c)$、$F_2(0,c)$
焦距	$\lvert F_1F_2\rvert=2c(c>0),c^2=a^2-b^2$	
离心率	$e=\frac{c}{a}(0<e<1)$	
准线	$x=\pm\frac{a^2}{c}$	$y=\pm\frac{a^2}{c}$

第四部分 概率与统计初步

考点 1 排列

从 n 个不同元素中取出 $m(m、n\in N_+且m\le n)$ 个元素的所有排列的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数，用符号 P_n^m 表示（或记为 A_n^m ）.

考点 2 组合

从 n 个不同元素中取出 $m(m、n\in N_+且m\le n)$ 个元素的所有组合的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数，用 C_n^m 表示.

考点 3 相互独立事件同时发生的概率

相互独立事件的概率乘法公式：若 A、B 是相互独立事件，它们同时发生的概率记作 $P(A\cdot B)$，那么 $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$.

一般地，若事件 A_1、A_2、…、A_n 相互独立，它们同时发生的概率

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\cdots\cdot P(A_n).$$

考点 4 样本平均数

样本中所有个体的平均数叫做样本平均数.

考点 5 样本方差

在一组数据 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 中，若其平均数为 $\overline{x}$，那么 $\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$ 叫做这组数据的样本方差，记作 S^2.