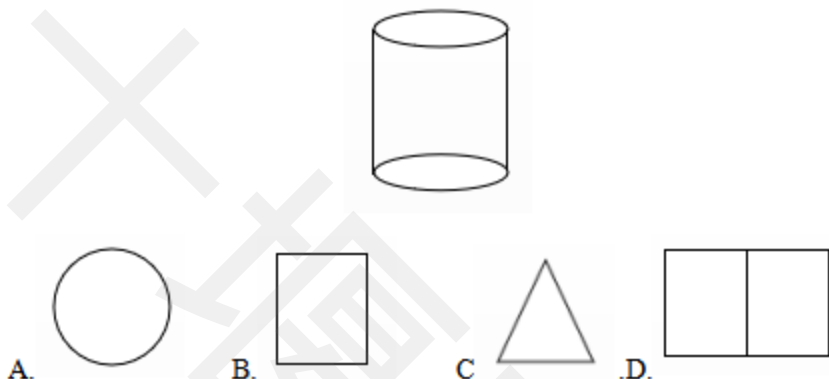


2020 年湖北省中小学统招中学数学笔试

真题及解析

一、单项选择题(本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1. 下面哪一项是该圆柱体的主视图 ()



【答案】B。

【解析】由题意可知, 该几何图形为圆柱体, 主视图有一个矩形, 故本题选 B。

2. 已知 α 为一个锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, 则 $\tan \alpha = ()$

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{12}{5}$

【答案】B。

【解析】由于已知 α 为一个锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, 又 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, 所以可以得出 $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 故 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{12}$ 。故本题选 B。

3. 某小组 6 名同学在一周内参加家务劳动的时间如下表:

劳动时间(小时)	2	3	4	5
人数	2	1	2	1

那么关于“劳动时间”的这组数据，以下说法正确的是（ ）。

- A.中位数是 2 B.中位数是 3 C.中位数是 3.5 D.中位数是 4

【答案】C。

【解析】根据中位数的定义可知，数据按照从小到大排序为：2、2、3、4、4、5，排在中间的数据为 3、4，所以中位数为二者的平均值 3.5，故本题选 C。

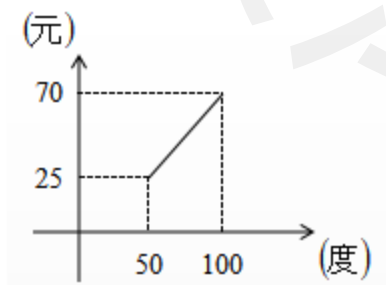
4.已知集合 $A = \{x|x^2 - 2x < 0\}$ ， $B = \{x|1 \leq x \leq 4\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. (0,2] B. (1,2) C. [1,2) D. (1,4)

【答案】C。

【解析】本题考查集合运算。由于 $A = \{x|x^2 - 2x < 0\}$ ，可知 $A = \{x|0 < x < 2\}$ ，又 $B = \{x|1 \leq x \leq 4\}$ ，所以 $A \cap B = \{1 \leq x < 2\}$ 。故本题选 C。

5.为响应国家的节约用电政策，现在某小区 50 度电的价格是 25 元，100 度电的价格是 70 元。现有一户家庭这个月用电度数是 90 度，则该家庭本月电费为（ ）



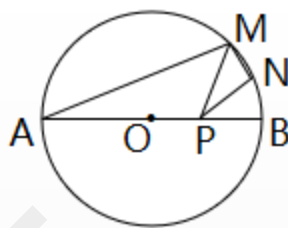
- A.50 B.60 C.61 D.65

【答案】C。

【解析】由于小区 50 度电的价格是 25 元，100 度电的价格是 70 元，所

以小区每增加 10 度价格增加 9 元，当一户家庭这个月用电度数是 90 度时，则该家庭本月电费为 61 元。故本题选 C。

6如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AB=14，点 M 在 $\odot O$ 上， $\angle MAB=20^\circ$ ，N 是弧 MB 的中点，P 是直径 AB 上的一动点，若 MN=2，则 $\triangle PMN$ 周长的最小值是()



- A.7 B.8 C.9 D.10

【答案】C。

【解析】做 N 关于 AB 的对称点 n，可知 $PN=Pn$ ，故 $\triangle PMN$ 周长的最小值为 $PM+Pn+MN$ 的最小值。由于 $\angle MAB=20^\circ$ ，所以 $\angle MOB=40^\circ$ ，又 N 是弧 MB 的中点，所以有 $\angle NOB=\angle nOB=20^\circ$ ，所以可知 $\angle MOn=60^\circ$ ，易知 $\triangle MOn$ 为等边三角形，所以有 $PM+Pn$ 的最小值为 7，所以 $\triangle PMN$ 周长的最小值是 9。由于故本题选 C。

7. $\{a_n\}$ 为等差数列， S_n 为其前 n 项的和，若 $a_1=6$ ， $a_3+a_5=0$ ，则 $S_7=$ ()

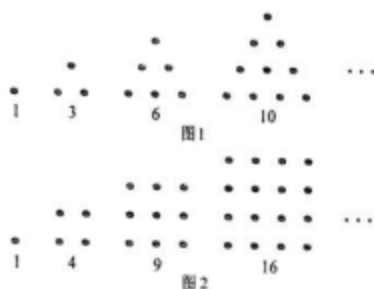
- A.0 B.2 C.4 D.6

【答案】A。

【解析】由于 $S_7 = \frac{7(a_1+a_7)}{2} = \frac{7(a_3+a_5)}{2} = 0$ 。故本题选 A。

8.古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种形状来研究数，例如：他们研究过题 10-1 图中的 1, 3, 6, 10, ..., 由于这些数能够表示成三角形，将其称为三角形数，类似地，称题 10-2 图中的 1, 4, 9, 16, ... 这样的数为正方

形数。下列数中既是三角形数又是正方形数的是（ ）。



- A.15 B.25 C.900 D.1225

【答案】D。

【解析】由题意可知，正方形数一定是一个完全平方数，只有 B、C、D 满足，又因为三角形数必须满足 $\frac{n(n+1)}{2}$ （n 为项数），当 $n=49$ 时，刚好满足 D 选项，所以 D 既是三角形数又是正方形数，故本题选择 D 选项。

9.若 $f(x)$ 的导函数为 $\sin x$ ，则 $f(x)$ 的一个原函数是（ ）

- A. $1+\sin x$ B. $1-\sin x$ C. $1+\cos x$ D. $1-\cos x$

【答案】D。

【解析】由于只有 D 选项有 $1-\cos x$ 的导数为 $\sin x$ ，所以函数 $f(x)$ 的一个原函数是 $1-\cos x$ 。故本题选 D。

10.在某教师设计“不等式的基本性质”的教学目标中，“通过探索不等式的基本性质，分析比较不等式与等式的异同，体会类比的思想方法。”属于下列内容中的（ ）。

- A.知识技能 B.数学思考 C.问题解决 D.情感态度

【答案】B。

【解析】根据《义务教育数学课程标准》可知，某教师设计的“不等式的基本性质”的教学目标中，“通过探索不等式的基本性质，分析比较不等式与等式的异同，体会类比的思想方法。”属于数学思考。因此，本题选 B。

11.“负数”和“整数”这两个概念的关系是（ ）。

- A.同一关系 B.交叉关系 C.属种关系 D.对立关系

【答案】选 B。

【解析】因为“负数”不全是“整数”，“整数”也不全为“负数”，部分负数是整数，所以两个概念的关系为交叉关系。故本题选 B。

12.影响数学学习外在因素的是（ ）

- A.学习能力 B.学习兴趣 C.学习动机 D.学习方式

【答案】选 D。

【解析】选项 A、B、C 属于内在因素。故本题选 D。

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13.不透明盒子中装有 6 个球，其中有 3 个红球、2 个白球和 1 个绿球，这些球除颜色外无其他差别。从盒子中随机取出 1 个球，则它是白球的概率为_____。

【答案】 $\frac{1}{3}$ 。

【解析】由于取到白球的可能情况数为 2，而总的情况数为 6，因此从盒子中随机取出 1 个球，则它是绿球的概率为 $\frac{1}{3}$ 。

14.已知 $ab = a + b + 2$ ，则 $(a-1)(b-1) =$ _____。

【答案】3。

【解析】由于 $ab = a + b + 2$ ，所以 $(a-1)(b-1) = ab - a - b + 1 = 3$ 。

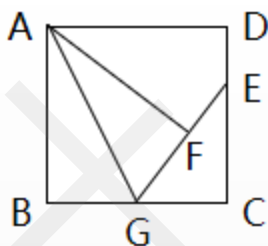
15.点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，点 Q(-1,2) 与点 P 关于 y 轴对称，则反比例函数的解析式为_____。

【答案】 $y = \frac{2}{x}$ 。

【解析】由于点 Q(-1,2) 与点 P 关于 y 轴对称，所以 P 的坐标为(1,2)，

又因为点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，所以可知 $k=2$ 。所以反比例函数的解析式为： $y = \frac{2}{x}$ 。

16. 正方形 ABCD 中，AB=12，G 是 BC 的中点，将 $\triangle ABG$ 沿 AG 对折至 $\triangle AFG$ ，延长 GF 交 DC 于点 E，则 DE 的长为_____。



【答案】4。

【解析】由题意可知， $AB=AF=12$ ，易证 $\triangle AEF$ 全等于 $\triangle AED$ ，可知 $DE=FE$ ，又 G 是 BC 的中点，所以有 $BG=GF=GC=6$ ，设 $DE=FE=x$ ，根据勾股定理有： $(12-x)^2 + 6^2 = (6+x)^2$ ，求得 $DE=4$ 。

17. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x+1}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】0。

【解析】由于当 $x \rightarrow -1^+$ 时， $x^2 - 2x - 3 \rightarrow 0$ ， $\sqrt{x+1} \rightarrow 0$ ，所以可以采用洛必达法则，有： $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x^2 - 2x - 3)'}{(\sqrt{x+1})'} = \lim_{x \rightarrow -1^+} (2x - 2) \times 2\sqrt{x+1} = 0$ 。

18. 波利亚在《怎样解题》一书中，将解题程序分为四个步骤：_____、_____、_____和回顾。

【答案】理解问题、拟订计划、实践计划。

【解析】在怎样解题一书中，波利亚认为解题过程分为以下四个阶段：理解问题、拟订计划、实践计划、回顾与检验。

三、解答题(本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分)

19. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C , 对边分别为 a, b, c , 若 $a=3, c=\sqrt{13}$, $C=120^\circ$, 求 b 。

【答案】4。

【解析】根据余弦定理可知： $\cos 120^\circ = \frac{3^2+b^2-\sqrt{13}^2}{2 \times 3 \times b} = -\frac{1}{2}$, 得出 $b=4$ 。

20. 小明自己创业, 现在有 8000 元预算打算购买 10 张桌子。已知甲、乙、丙三种桌子的价格如下表:

桌子	价格(元)
甲	1000
乙	800
丙	500

(1) 小明用全部的钱购买甲、丙两种桌子, 可以各买几张?

(2) 小明在预算范围内购买桌子, 甲和乙的数量相同, 丙的费用不超过甲, 那么小明三种桌子各买了多少张?

【答案】(1) 可以买甲 8 张, 可以丙 16 张; (2) 甲乙各买了 3 张, 丙买了 5 张。

【解析】(1) 由题意可知, 小明有 8000 元, 又因为甲桌子每张 1000 元, 丙桌子每张 500 元。所以小明可以买甲 8 张, 可以丙 16 张。

(2) 假设甲和乙桌子分别买了 x 张, 丙桌子买了 y 张。

所以 $\begin{cases} (1000+800)x+500y \leq 8000 \\ 1000x \geq 500y \end{cases}$, 可以得出 $\begin{cases} 18x+5y \leq 80 \\ 2x \geq y \end{cases}$ 。最后

得出只有当 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 符合。所以甲乙各买了 3 张, 丙买了 5 张。

四、综合题(本大题共 2 小题, 第 21 小题 8 分, 第 22 小题 10 分, 共 18 分)

21. 数学概念教学一般包括哪几个环节? 并简要说明。

【参考答案】数学概念教学一般分为三个环节。首先在概念教学过程中,

为了使学生顺利地获取有关概念，常常要提供丰富的感性材料让学生观察，在观察的基础上通过教师的启发引导，其次学生通过对感性材料进行比较、分析、综合，最后再抽象概括出概念的本质属性。通过一系列的判断、推理使概念得到巩固和运用。从而使学生的初步逻辑思维能力逐步得到提高。

22.下面是义务教育教科书（人教版）八年级下册“变量与函数”的教学内容，请认真阅读，并按要求回答问题。

19.1.1 变量与函数

先请思考下面几个问题：

(1) 汽车以 60km/h 的速度匀速行驶，行驶路程为 $s\text{ km}$ ，行驶时间为 $t\text{ h}$ ， s 的值随 t 的值的改变而改变吗？

(2) 电影票的售价为 10 元/张，第一场售出 150 张票，第二场售出 205 张票，第三场售出 310 张票，三场电影的票房收入各多少元？设一场电影售出 x 张票，票房收入为 y 元， y 的值随 x 的值的改变而改变吗？

(3) 你见过水中涟漪吗？圆形水波慢慢地扩大，在这一过程中，当圆的半径 r 分别为 10cm ， 20cm ， 30cm 时，圆的面积 S 分别为多少？ S 的值随 r 的值的改变而改变吗？

(4) 用 10m 长的绳子围一个矩形，当矩形的一边长 x 分别为 3m ， 3.5m ， 4m ， 4.5m 时，它的邻边长 y 分别为多少？ y 的值随 x 的值的改变而改变吗？

这些问题反映了不同事物的变化过程，其中有些量的数值是变化的，例如时间 t ，路程 s ；售出票数 x ，票房收入 y ……有些量的数值是始终不变的，例如速度 60km/h ，票价 10 元/张……在一个变化过程中，我们称数值发生变化的量为变量（variable），数值始终不变的量为常量（constant）。

练习：

指出下列问题中的变量和常量；

(1) 某市的自来水价为 4 元/ t ，现要抽取若干户居民调查水费支出情

况，记某户月用水量为 x_t ，月应交水费为 Y 元。

根据以上教材内容，完成下列问题：

- (1) 拟定本节课的教学目标；
- (2) 请设计一个教学片断，并说明设计意图。

【参考答案】 (1) 知识与技能目标：了解常量与变量的概念，能够分析变量与常量。

过程与方法目标：通过课堂上学生自主的探究、思考以及在活动中探索数学规律的过程，提高学生的积极动脑以及独立思考的能力。

情感态度与价值观目标：通过体会在现实生活中变量与常量的作用，理解数学与生活的紧密联系，激发学生学习数学的兴趣。

(2) (一) 创设情境，导入新课

首先我会列举生活中常见的不断变化量的例子，并让学生思考列举出的量有什么特征，从而导出本章课题和本章题目，是的学生对变量能有一个初步的掌握。

【设计意图】 通过让学生感受生活中遇到的不断变化的量，不仅可以使得学生初步感知变量与函数的相关知识，也帮助学生进一步理解变量的具体含义，使学生在兴趣盎然中学到更多关于变量与函数的知识。

(二) 小组合作，探究新知

通过刚才的导入，我会摆出书本上的问题 (1)：汽车以 60km/h 的速度匀速行驶，行驶路程为 $s\text{km}$ ，行驶时间为 $t\text{h}$ ， s 的值随 t 的值的变化而变化吗？让学生思考在上述问题并让学生找中含有哪些量，在学生回答上述问题后，我会对学生的回答进行鼓励性评价。在此基础上，继续将课本上的问题 (2)、问题 (3)、问题 (4)，让他们用类似的方法找出其中的量，在学生的问题 (1) 进行的研究的基础上，学生能够很快的对相关的问题进行解答，并且初步对变量有了相应的认识。

在此时，我会找准时机，让学生观察刚才找出的量，看能否对上述变量

进行分类，并指出分类的标准，在学生思考五分钟后，我会派代表进行回答，期间我会对学生的认真思考过程进行称赞，并进行补充说明，从而指出变量常量的概念：在上述量中，我们称数值发生变化的量为变量，数值始终不变的量为常量。

【设计意图】通过这种实际的生活情景方式讲授新课可以将同学们的学习兴趣充分调动起来，激发学生的好奇心。并且学生可以自然而然的体会出常量与变量概念以及区别。

（三）探究结果，巩固新知

在巩固环节，我会展示一道课后的练习题，并让学生用以学到的知识对该问题进行解答。

【设计意图】这样不断反复强调，不仅可以巩固学生所学的知识，而且可以加深学生对于知识的理解。

（四）课堂小结，内化提高

提问学生：学习了本节课，你有哪些收获？引导学生自己总结。

【设计意图】通过学生自己总结，培养学生的总结归纳能力以及语言表达能力。

五、课后作业

在课程的最后，我会学生课后，列举出生活中常常出现的常量与变量的例子，并看看变量之间具有什么样的关系。

【设计意图】不仅可以进一步巩固和掌握所学内容，同时分层设置题目，也有利于拓展学生的自主发展空间。

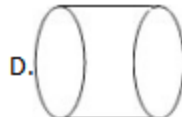
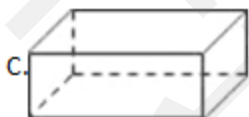
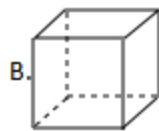
2021年5月9日湖北省特岗中小学数学真题

考试时间：90分钟总分：100分

一、单项选择题（共12小题，每小题3分，共36分）

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

1. 下列几何体中，主视图是圆的几何体是（ ）。

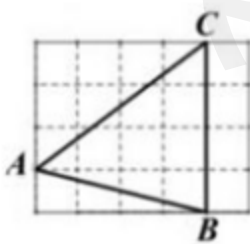


1. 【答案】A

【解析】A选项，主视图为圆，符合题意；B选项，主视图为正方形，不符合题意；C选项，主视图为长方形，不符合题意；D选项，主视图为长方形，不符合题意。故本题选A。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

2. 在如图的正方形网格中，每个小正方形的边长都是1， $\triangle ABC$ 的顶点都在这些小正方形的顶点上，那么 $\cos\angle ACB$ 值为（ ）。



A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

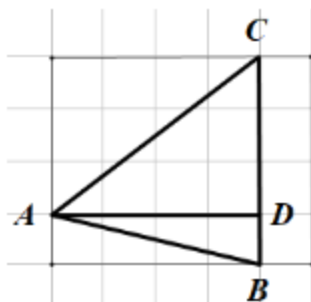
C. $\frac{\sqrt{7}}{5}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

2. 【答案】A

【解析】由题意可知，作 $AD \perp BC$ ， $\cos\angle ACB = \frac{CD}{AC}$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，

根据勾股定理得 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，因此 $\cos \angle ACB = \frac{3}{5}$ 。故本题选 A。



【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

3. 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$ ， $B = \{-2, -1, 0, 3, 5, 8\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为（ ）。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

3. 【答案】B

【解析】集合 $A = \{-2 \leq x \leq 2\}$ ，因此 $A \cap B = \{-2, -1, 0\}$ ，则 $A \cap B$ 中的元素有 3 个。故本题选 B。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

4. 为了庆祝中国共产党建党 100 周年，某校开展党史知识竞赛，来自不同年级的 30 名参赛同学的得分情况如下表所示，这些成绩的中位数和众数分别是（ ）。

成绩/分	86	88	92	96	100
人数/人	2	4	9	10	5

A. 92 分，96 分

B. 94 分，96 分

C. 96 分，96 分

D. 96 分，100 分

4. 【答案】B

【解析】中位数指按顺序排列的一组数据中居于中间位置的数，由上表可知中间两位数为 92 与 96，因此中位数为 $(92 + 96) \div 2 = 94$ （分），众数指的是在一组数据中，出现次数最多的数据，因此众数是 96（分）。故本题选 B。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

5. 将抛物线 $C_1: y = x^2 - 4x + 6$ 向左平移 2 个单位长度，得到抛物线 C_2 ，

抛物线 C_2 与抛物线 C_3 关于 X 轴对称，则抛物线 C_3 的解析式为 ()。

A. $y = -x^2 - 2$

B. $y = -x^2 + 2$

C. $y = x^2 - 2$

D. $x^2 + 2$

5. 【答案】A

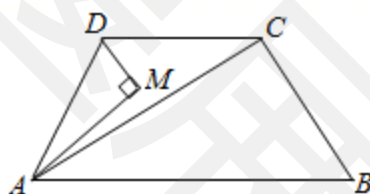
【解析】函数图象平移，左加右减，上加下减。向左平移两个单位即 x 加 2，得到 $C_2 =$

$(x+2)^2 - 4(x+2) + 6 = x^2 + 2$ 。再关于 X 轴对称，得到

$C_3 = -(x^2 + 2) = -x^2 - 2$ 。故本题选 A。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

6. 如图，四边形 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AD = BC = CD = 2$ ，点 M 是四边形 $ABCD$ 内的一个动点，满足 $\angle AMD = 90^\circ$ ，则点 M 到直线 BC 的距离最小值为 ()。



A. $\frac{3\sqrt{3}}{2} - 1$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

6. 【答案】B

【解析】由题意可知四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，因此 $\angle ABC = \angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ADC = \angle DCB = 120^\circ$ ，由于 $AD = CD$ ， $\triangle ACD$ 为等腰三角形，因此 $\angle DAC = \angle DCA = 30^\circ$ ，所以 $\angle ACB = \angle DCB - \angle DCA = 90^\circ$ ，即 $AC \perp BC$ ，因为直线外一点到该直线的最短距离为过该点作此直线的垂线，所以点 M 在 AC 边上时，到 BC 的距离最短，此时， $DM = 1$ ，根据勾股定理得 $CM = \sqrt{3}$ 。故本题选 B。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

7. 设 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, $a_4 + a_5 + a_6 = 8$, 则 $a_6 + a_7 + a_8 =$ ()。

A.12

B.24

C.30

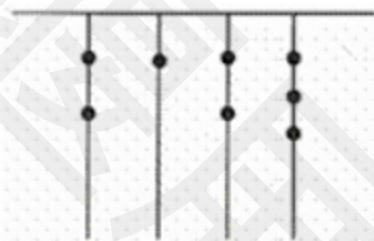
D.32

7. 【答案】D

【解析】等比数列 $a_n = a_1 q^{n-1}$, 由题意可知 $a_4 + a_5 + a_6 = q^3(a_1 + a_2 + a_3) = 8$, 因此 $q = 2$, $a_6 + a_7 + a_8 = q^3(a_1 + a_2 + a_3) = 32$ 。故本题选 D。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

8. 《易经》中记载远古时期, 人们通过在绳子上打结来计数, 即“结绳计数”, 如图, 一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结, 满 5 进 1, 用来记录孩子自出生后的天数, 由图可知, 孩子自出生后的天数是 ()。



A.8

B.88

C.159

D.288

8. 【答案】D

【解析】由题意可知, 孩子出生后的天数为 $2 \times 5^3 + 1 \times 5^2 + 2 \times 5 + 3 = 288$ 。故本题选 D。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

9. 函数 $y = 2x^2 - x + 3$ 的图象在点 (1,4) 处的切线斜率为 ()。

A. -3

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D.3

9. 【答案】D

【解析】函数在某一点的切线斜率等于切点所在函数在切点处的导数, 由题意可知 $y' = 4x - 1$, 将 $x = 1$ 代入导函数中可得, $y' = 3$ 。故本题选 D。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

10. “在实际问题中，能建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。”这一课程内容属于《义务教育数学课程标准（2011年版）》中的（ ）。

- A.数与代数
B.图形与几何
C.统计与概率
D.综合与实践

10.【答案】B

【解析】《义务教育数学课程标准（2011年版）》课程内容指出：“图形与几何”的主要内容有：空间和平面基本图形的认识，图形的性质、分类和度量；图形的平移、旋转、轴对称、相似和投影；平面图形基本性质的证明；运用坐标描述图形的位置和运动。故本题选B。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

11. “单项式与多项式统称整式”这个定义方式属于（ ）。

- A.属加种差定义
B.外延定义
C.递归定义
D.公理定义

11.【答案】B

【解析】A选项，属加种差定义指的是被定义的概念=种差+属概念，种差是指定义的内涵，起限定作用，故错误；B选项，外延定义是通过揭示属概念所包括的种概念来明确该属概念之所指的定义，故正确；C选项，递归定义亦称归纳定义，一种实质定义，指用递归的方法给一个概念下的定义，故错误；D选项，公理定义是运用公理来定义某一概念，故错误。故本题选B。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

12.以下选项中不属于合情推理的是（ ）。

- A.类比
B.联想
C.统计
D.猜测

12.【答案】C

【解析】合情推理是指观察、归纳、类比、实验、联想、猜测、矫正与调控等方法。故本题选C。

二、填空题（共6小题，每小题3分，共18分）

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

13.将一个红球和一个绿球随机放入三个不同的篮子中，则恰有一个篮子为空的概率为_____。

13.【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】三个不同的篮子分别用A、B、C代替，假设红球放入A篮子，绿球可能放入A、B、C篮子中，有3种方法，依次类推，共有9种可能性，假设红球放入A篮子，绿球在B或C篮子2种可能性时，恰有一个篮子为空，

以此类推，恰有一个篮子为空的可能性有 6 种，因此，此事件的概率为 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ 。

故本题答案为 $\frac{2}{3}$ 。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

14. 已知 $a+b=2$ ，则 $a^2 - b^2 + 4b - 2 =$ _____。

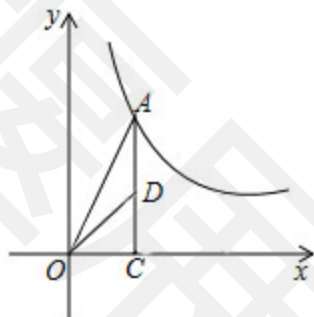
14. 【答案】 2

【 解 析 】

$a^2 - b^2 + 4b - 2 = (a+b)(a-b) + 4b - 2 = 2(a-b) + 4b - 2 = 2a + 2b - 2 = 2(a+b) - 2 = 2$ 。故本题答案为 2。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

15. 如图，点 A 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的一点，过点 A 作 $AC \perp x$ 轴，垂足为点 C，D 为 AC 的中点，若 $\triangle AOD$ 的面积为 2，则 k 的值为 _____。



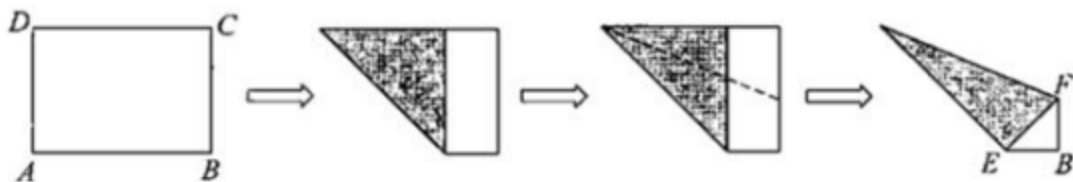
15. 【答案】 8

【解析】根据题意得 $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} OC \cdot AD = 2$ ，A 的坐标为 (x, y) ，故

$OC = x$ ， $AD = \frac{y}{2}$ ， $k = xy = 8$ 。故本题答案为 8。

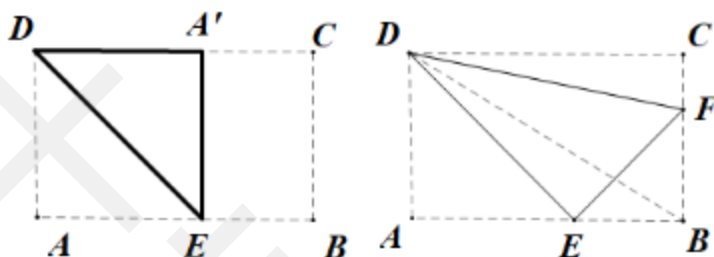
【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

16. 如图，把一张矩形纸片 ABCD 按所示方法进行两次折叠，得到等腰直角 $\triangle BEF$ ，若 $BC = \sqrt{2}$ ，则 DB 的长度为 _____。



16. 【答案】 $\sqrt{6}$

【解析】 已知 $ABCD$ 是矩形，第一次折叠后， $\angle ADA' = \angle B = \angle C = \angle A = 90^\circ$ ， $AD = BC = \sqrt{2}$ ， $DE = 2$ ，第二次折叠后， $CD = DE = 2$ ， $CD = AB = 2$ ， $AD = \sqrt{2}$ ，根据勾股定理得， $DB = \sqrt{6}$ 。故本题答案为 $\sqrt{6}$ 。



【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

17. 已知 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + a}{x + 1} = -3$ ，则 a 的值为_____。

17. 【答案】 2

【解析】 由极限存在定理可得，当 $x \rightarrow -1$ 时， $x + 1 \rightarrow 0$ ，由于极限存在，故 $x^2 - x + a \rightarrow 0$ ，因此 $a = -2$ 。故本题答案为 2。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

18. 某老师每节课都会花几分钟复习旧知识，这其实是数学教学基本原则中_____与发展相结合的一种体现。

18. 【答案】 巩固

【解析】 中学数学教学的基本原则主要有具体与抽象相结合的原则、数与形相结合的原则、理论与实践相结合的原则、严谨性与量力性相结合的原则、传授知识与培养能力相结合的原则以及发展与巩固相结合的原则等。

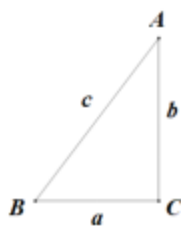
三、解答题（共 2 小题，每小题 分，共 分）

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

19. $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $a = 2\sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{5}$ ， $c = \sqrt{13}$ ，求角 C 。

19. 【答案】 $\angle C = 90^\circ$

【解析】根据题意可知 $c^2 = a^2 + b^2$ ，故 $\triangle ABC$ 是直角三角形，因此 $\angle C = 90^\circ$ 。



【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

20. 武汉樱花久负盛名，吸引了各地游客，为了满足市场需求，A 城迅捷汽车公司推出商务车和轿车对外租赁业务，下面是 A 城到武汉两个车型的限载人数和单程租赁价格表。

车辆	限载人数	租金
商务车	6	270
轿车	4	

(1) 已知单程租 2 辆商务车和 3 辆轿车共付 1200 元，求一辆轿车的单程租金；

(2) 某企业准备奖励 34 人从 A 城到武汉赏樱，拟单程租车前往，不超载的情况下怎么设计租车方案租金最少？

20. 【答案】(1) 220 元；(2) 租用商务车 5 辆，轿车 1 辆时，所付租金最少，最少租金为 1570 元。

【解析】(1) 假设一辆轿车的单程租金为 x 元， $2 \times 270 + 3x = 1200$ ，解方程得 $x = 220$ 。因此一辆轿车的单程租金为 220 元。

(2) 若只租商务车，因为 $\frac{34}{6} \approx 5.7$ ，所以在不超载的情况下需租用 6 辆商务车，租金为 $6 \times 270 = 1620$ (元)；若只租轿车，因为 $\frac{34}{4} = 8.5$ ，所以需要租 9 辆轿车，此时租金为 $9 \times 220 = 1980$ (元)；假设租商务车 m 辆，租轿车 n 辆，租金为 W 元，由于不能超载，故 $6m + 4n = 34$ ， $W = 270m + 220n$ ，由 $6m + 4n = 34$ ，得 $n = \frac{34 - 6m}{4}$ ，所以 $W = 270m + 220 \times$

$\frac{34 - 6m}{4} = -60m + 1870$ ，因为 $34 - 6m = 4n \geq 0$ ，因此 $m \leq \frac{17}{3}$ ，因此 m 可以取

1、2、3、4、5。此时 W 随 m 的增大而减小，因此当 $m = 5$ 时，租金最少， $W = 1570$ ，此时 $n = 1$ 。

四、综合题（共 3 小题，每小题 4 分，共 12 分）

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

21.《义务教育数学课程标准（2011年版）》的总目标给出了学生获得适应性社会生活和进一步发展所必需的“四基”，试简述“四基”。

21.【参考答案】

“四基”的内容是：数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。基础知识一般是指数学课程中所涉及的基本概念、基本性质、基本法则、基本公式等。例如，说明 $\frac{1}{4}$ ，0.25和25%的含义。基本技能内容包括基本的运算、测量、绘图等技能。例如20以内加减法和表内乘法，每分钟完成8~10题。数学基本思想主要是指数学抽象的思想、数学推理的思想和数学模型的思想。例如，圆的面积的推导运用了极限的思想。数学基本活动经验的积累要和过程性目标建立联系。如《义务教育数学课程标准（2011年版）》规定，“经历数与代数的抽象、运算与建模等过程，掌握数与代数”的基础知识和基本技能。

【来源：特岗 初中 20210509 湖北省】

22.在《义务教育教科书数学九年级上册》（人教版）中第二十一章“一元一次方程”中的“21.2解一元二次方程”由“21.2.1配方法”，“21.2.2公式法”，“21.2.3因式分解法”和“21.2.4一元二次方程”的“根与系数的关系”（选修选学）组成。

（1）配方法、公式法、因式分解法都是一元二次方程的解法，试分析配方法和因式分解法的共同之处、并说一说其中体现的数学思想。

（2）有教师认为，公式法作为解一元二次方程的通法，虽然便于使用，但无法体现任何的数学思想，只需要学生能够记忆并会用来求一元二次方程的根即可，请结合求根公式和配方法的关系谈谈你的认识。

22.【参考答案】

（1）配方法和因式分解法都是通过“降次”将方程转化为两个一元一次方程，它们都是以基本公式法为基础的，体现了数学的“转化”思想。

（2）配方法和公式法是解方程常用的两种方法，二者得到的结果是一样的。求根公式法解一元二次方程与用配方法解一元二次方程实质是一样的，都是通过降次的方法来把一元二次方程转化为两个一元一次方程。求根公式本身也是用配方法得出的，利用配方法，将

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{(b^2 - 4ac)}{4a}, \text{得到新的方程} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{(b^2 - 4ac)}{4a^2},$$

可以以此对 $\Delta = b^2 - 4ac$ 进行讨论，最终得到求根公式。如果方程中可以非常容易的凑成完全平方的形式，那么配方法比较简单，如果方程用配方法和因式分解法都行不通，那么就只能用公式法了，公式法是一个万能的方法，所有的一元二次方程都可以用公式法来解，但是公式法计算比较复杂。

19.1 平行四边形



19.1 平行四边形

平行四边形是我们常见的图形，小区的伸缩门、庭院的竹篱笆、载重汽车的防护栏等（图 19.1.1），都是平行四边形的形象。你能再举出一些例子吗？



伸缩门



竹篱笆



防护栏

图 19.1.1

我们知道，有两组对边分别平行的四边形叫做**平行四边形** (parallelogram)，平行四边形用“□”表示，如图 19.1.2，平行四边形 $ABCD$ 记作“□ $ABCD$ ”。



图 19.1.2

19.1.1 平行四边形的性质

由平行四边形的定义，我们知道平行四边形的两组对边分别平行。除此之外，平行四边形还有什么性质呢？



探究

根据定义画一个平行四边形，观察这个四边形，除了“两组对边分别平行”外，它的边、角之间有什么关系？度量一下，是不是和你的猜想一致？

通过观察和度量,不难发现,平行四边形具有以下性质:

平行四边形的对边相等;

平行四边形的对角相等.

利用三角形的全等,可以证明上述结论.

如图 19.1-3, 连接 AC .

$\because AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4.$

又知 AC 是公共边,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA.$

$\therefore AD = BC, AB = CD,$

$\angle B = \angle D.$

请同学们自己证明 $\angle BAD = \angle BCD$.

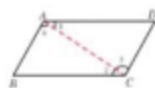


图 19.1-3

例 1 如图 19.1-4, 小明用一根 36 m 长的绳子围成了一个平行四边形的场地, 其中 AB 边长为 8 m, 其三条边的长各是多少?

解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = CD, AD = BC.$

$\because AB = 8 \text{ m},$

$\therefore CD = 8 \text{ m}.$

又 $AB + BC + CD + AD = 36 \text{ m},$

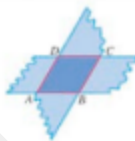
$\therefore AD = BC = 10 \text{ m}.$



图 19.1-4

练习

1. $\square ABCD$ 中, $AB = 5, BC = 3$, 求它的周长.
2. 一个平行四边形的一个内角是 35° , 这个平行四边形的每个内角的度数分别是多少? 为什么?
3. 如图, 剪两张对边平行的纸条, 随意交叉叠放在一起, 转动其中一张, 重叠的部分构成了一个四边形, 线段 AD 和 BC 的长度有什么关系? (第 3 题)



(第 3 题)



如图 19.1-5, 在纸上画 $\square ABCD$, 将它剪下, 再在一张纸上沿 $\square ABCD$ 的边缘画出一个与 $\square ABCD$ 相同的 $\square EFGH$. 在它们的中心 O (两条对角线的交点) 钉一个图钉, 将 $\square ABCD$ 绕点 O 旋转 180° , 它还与 $\square EFGH$ 重合吗? 从中你能看出前面得到的 $\square ABCD$ 的边、角关系吗?

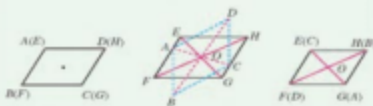


图 19.1-5

进一步, 你能发现 OA 与 OC , OB 与 OD 的关系吗?

$\square ABCD$ 绕它的中心 O 旋转 180° 后与自身重合, 这时我们说 $\square ABCD$ 是中心对称图形. 关于中心对称图形的知识, 我们以后还要专门学习.

可以发现, 在 $\square ABCD$ 中, $OA=OC$, $OB=OD$, 由此我们得到了平行四边形又一个性质:

平行四边形的对角线互相平分.

我们 可以通过三角形的全等来证明这个结论, 请你完成这个证明 (结合图 19.1-6).



图 19.1-6

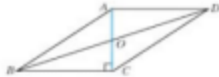


图 19.1-7

例 2 如图 19.1-7, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $AB=10$, $AD=8$, $AC \perp BC$, 求 BC , CD , AC , OA 的长以及 $\square ABCD$ 的面积.

解. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore BC=AD=8$, $CD=AB=10$.

$\because AC \perp BC$,

根据以上教材内容, 完成下列问题:

- (1) 拟定本节课的教学目标;
- (2) 请设计一个教学片断, 并说明设计意图.

23. 【参考答案】

(1) 知识与技能目标: 理解平行四边形的定义, 掌握平行四边形的有关性质, 并能初步应用平行四边形的性质进行简单的计算和推理证明, 解决生活中的实际问题.

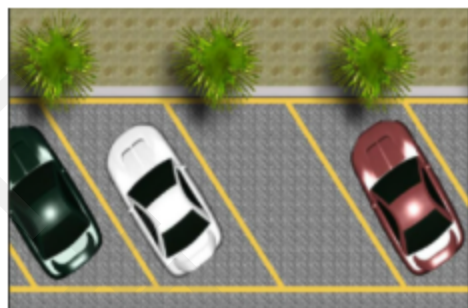
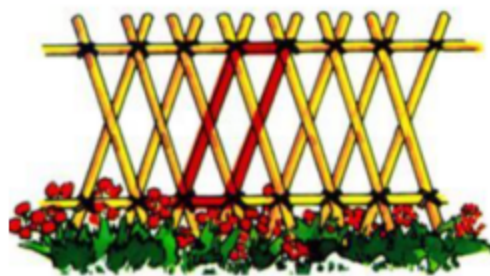
过程与方法目标: 通过观察、猜想、验证、交流等数学活动, 培养观察能力及逻辑推理论证能力, 渗透“转化”的数学思想.

情感态度与价值观目标: 激发对数学学习的好奇心和求知欲, 通过获得成功的体验和克服困难的经历, 增进数学学习的信心, 在探究过程中培养合作意识和探索精神.

(2) 教学片段:

一、创设情境, 引入新课

请同学们欣赏下列图片, 看看有熟悉的图形吗?



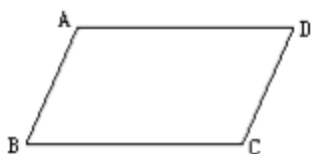
你能总结出平行四边形的定义吗？

(一) 平行四边形的定义和表示方法：

(1) 定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形。

(2) 表示：平行四边形用符号“ \square ”来表示。

例如：如图，平行四边形 $ABCD$ 记作“ $\square ABCD$ ”，读作“平行四边形 $ABCD$ ”。



【设计意图】从生活中的实物图片入手，既体现了数学知识源于生活，又能很好的激发学生学习地兴趣。

(二) 回顾思考，理解概念

提问：在小学我们也学习过平行四边形，大家对平行四边形有哪些认识？

师生互动：引导学生概括对平行四边形已有的认识。

对学生的回答进行整理、板书。

(三) 引路指津，探索性在

提问：你能运用所学知识证明“对边相等”、“对角相等”吗？

师生互动：(1) 引导学生画出一个平行四边形，利用所画图形去研究问题；

(2) (分组讨论) 你能思考出几种解决问题的方法？

(3) 将学生进行 4 人一小组进行分组，进行小组讨论，小组讨论的可能方法有：用同旁内角来证、利用同位角和内错角来证、分割成两个平行四边形来证、分割成两个全等三角形来证。请一小组代表写出证明过程。

(4) 进一步引导学生按上述分组，完成课本中的“探究内容”，得出“平行四边形的对角线互相平分”，并引导学生队上述结论进行证明。

(5) 整理思路，明确性质。

(6) 规范符号语言表述。

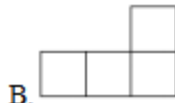
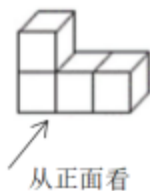
【设计意图】在学生已有认知的基础上，从不同角度去验证、证明结论的合理性与正确性，然后明确其性质，这样处理既尊重了学情，又调动了学生的积极性，更重要的是培养了学生的发散思维能力，逻辑思维能力与推理论证的能力。

2022 年湖北省中小学统招中学数学笔试

真题及解析

一、单项选择题（本大题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分）

1. 如图 1 是由四个相同的正方体组成的几何体，其主视图是（ ）。



【答案】A

【解析】主视图即从正面看到的图。故本题选 A。

2. 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$ ， $B = \{x | x + a \leq 0\}$ ， $A \cap B = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$ ，则 $a =$ （ ）。

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

【答案】B

【解析】 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x | x \leq -a\}$ ，因为 $A \cap B = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$ ，所以 $-a = 1$ ，则 $a = -1$ 。故本题选 B。

3. 费尔兹奖是数学领域的一项国际大奖，常被视为数学界的诺贝尔奖每

四年颁发一次，统计得到 2014 年、2018 年、2022 年获奖者的年龄（单位：岁），数据如下：

35 40 39 37 40 31 34 37 38 39 35 37

则这组数据的中位数是（ ）。

A.35

B.36

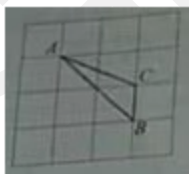
C.37

D.38

【答案】 C

【解析】中位数表示中间位置的数，这里共 12 个数据，所以这 12 个数据中位数该是顺排（31 34 35 35 37 37 37 38 39 39 40 40）或逆排后第 6 个和第 7 个数据的平均数，即 $\frac{37+37}{2}=37$ 。故本题选 C。

4.如题 4 图所示，点 A, B, C 都在方格纸的格点上，若点 A 的坐标为 (0,2)，点 C 的坐标为 (2,1)，则点 B 的坐标为（ ）。



题 4 图

A. (2, -1)

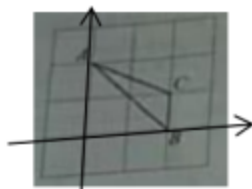
B. (0, -1)

C. (3, 1)

D. (2, 0)

【答案】 D

【解析】如图所示，根据 A、C 点坐标建立平面直角坐标系，对应的点 B 的坐标为 (2, 0)。故本题选 D。



5. 将抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的图像向右平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位得到的抛物线是必经过点（ ）。

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -1)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, -3)$

【答案】 C

【解析】 抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$ ，根据“左加右减，上加下减”口诀，可知抛物线向右平移 1 个单位得 $y = -x^2 + 4$ ，再向下平移 3 个单位得到 $y = -x^2 + 1$ ，过点 $(0, 1)$ 。故本题选 C。

6. 如题 6 图所示，在平面直角坐标系中，动点 P 从原点 O 出发，水平向左平移 1 个单位长度，再竖直向下平移 1 个单位长度得到点 $P_1(-1, -1)$ ；接着水平向右平移 2 个单位长度，再竖直向上平移 2 个单位长度得到点 P_2 ；接着水平向左平移 3 个单位长度，再竖直向下平移 3 个单位长度得到 P_3 ；接着水平向右平移 4 个单位长度，再竖直向上平移 4 个单位长度得到点 P_4 ；……按此作法进行下去，则点 P_{2022} 的坐标为（ ）。

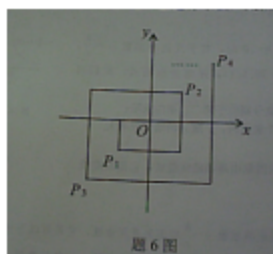


图 6 图

A. (1011,1011)

B. (-1011,-1011)

C. (2022,2022)

D. (-2022,-2022)

【答案】 A

【解析】由题意可知 $P_1(-1,-1), P_2(1,1), P_3(-2,-2), P_4(2,2), \dots$ 两个为一组，当点的下标为奇数时，该点的横、纵坐标为负，当点的下标为偶数时，该点的横、纵坐标为正；则点 P_{2022} 的坐标为 (1011,1011)。故本题选 A。

7. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 15，且 $a_4 = 2a_2 + a_3$ ，则 $a_3 =$ ()。

A.2

B.4

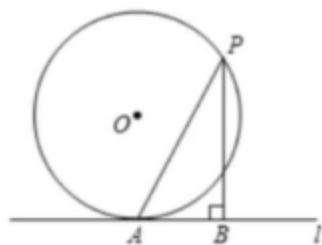
C.8

D.16

【答案】 B

【解析】因为 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以由 $a_4 = 2a_2 + a_3$ ，有 $a_2q^2 = 2a_2 + a_2q$ ，则 $q^2 = 2 + q \Rightarrow (q-2)(q+1) = 0$ ，解得 $q = 2$ 或 $q = -1$ ，因为等比数列的各项均为正数，故 $q = 2$ ，故 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 = 15a_1 = 15$ ，得 $a_1 = 1$ ，所以 $a_3 = a_1q^2 = 4$ 。故本题选 B。

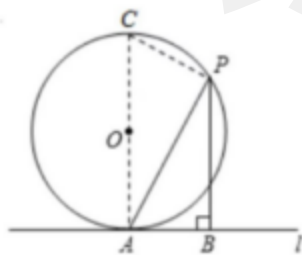
8. 如图 8 所示, 直线 l 与直径为 4 的 $\odot O$ 相切于点 A , P 为 $\odot O$ 上的动点 (不与点 A 重合), 过点 P 作 PB 垂直于直线 l , 垂足为 B , 连接 PA , 设 $PA = m$, $PB = n$, 则 $m - n$ 的最大值是 ()。



- A. $2\sqrt{2} - 2$ B. $4\sqrt{2} - 4$ C. 2 D. 1

【答案】D

【解析】如图, 作直径 AC , 连接 CP , 所以 $\angle CPA = 90^\circ$, 因为 AB 是切线, 所以 $CA \perp AB$, $\because PB \perp l, \therefore AC \parallel PB, \therefore \angle CAP = \angle APB$, $\triangle APC \sim \triangle PBA, \therefore \frac{AP}{AC} = \frac{BP}{AP}, \because PA = m, PB = n$, 直径为 4, $\therefore \frac{m}{4} = \frac{n}{m}, \therefore n = \frac{1}{4}m^2, \therefore m - n = m - \frac{1}{4}m^2 = -\frac{1}{4}(m - 2)^2 + 1$, 所以当 $m = 2$ 时, $m - n$ 取最大值 1。故本题选 D。



9. 以下区间中为函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$ 的单调区间的是

()。

- A. (-3,1) B. (-2,1) C. (-1,2) D. (-1,3)

【答案】 C

【解析】 求导可得 $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x-2)(x+1)$ ，当 $x \in (-1, 2)$ ， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$ 单调递减。故本题选 C。

10. “会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据。”这一内容要求属于《义务教育课程标准（2022年版）》中的()。

- A. 数与代数 B. 图形与几何 C. 统计与概率 D. 综合与实践

【答案】 C

【解析】 “会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据。”属于统计与概率领域的内容。故本题选 C。

11. 由分数的基本性质：“分数的分子和分母都乘（或除以）不等于零的同一个数，分数的值不变”，可以猜测分式的基本性质：“分式的分子与分母都乘（或除以）不等于零的同一个整式，分式的值不变”，这里用到的方法是()。

- A. 演绎 B. 观察
C. 归纳 D. 类比

【答案】 D

【解析】 类比推理是指两类对象具有某些相似特征和其中一类对象的某些已知特征，推出另一类对象也具有这些特征的推理。这里根据分数与分式的相似之处，由分数的基本性质猜测分式的基本性质，属于类比推理。故本题选 D。

12.下列概念的划分正确的是()。

A.整数分为正整数和负整数

B.实数分为有理数和无理数

C.平行四边形分为矩形和菱形

D.函数分为一次函数和二次

函数

【答案】 B

【解析】整数分为正整数、0和负整数，A错误；实数分为有理数和无理数，B正确。除了矩形和菱形外，还有一般的平行四边形，C错误；函数包括一次函数、二次函数、指数函数、对数函数、反比例函数等，D错误。故本题选B。

二、填空题(本大题共6小题，每题3分，共18分)

13.一个不透明的袋子中装有5个红球和3个黄球，它们除颜色外其余都相同，从中任意摸出一个球是红球的概率为_____。

【答案】 $\frac{5}{8}$

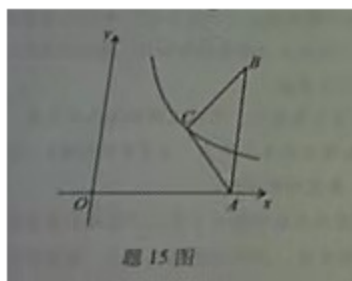
【解析】由题意可知，恰有一个篮子为空的概率为 $p = \frac{5}{8}$ 。故本题答案为 $\frac{5}{8}$ 。

14.已知 $10^a = 20, 100^b = 50$ ，则 $\frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2} =$ _____。

【答案】 2

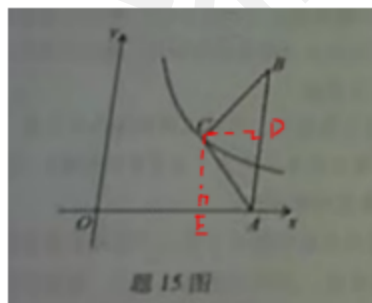
【解析】已知 $10^a \times 100^b = 10^a \times 10^{2b} = 10^{a+2b} = 1000 = 10^3$ ，则 $a + 2b = 3$ ，则 $\frac{1}{2}(a + 2b) = \frac{3}{2}$ 故原式 $\frac{1}{2}a + b + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(a + 2b) + \frac{1}{2} = 2$ 。故本题答案为2。

15. 如图 15 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 A , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 C , 已知 $AB = OA = 4$, $BC = \frac{5}{2}$, 则 k 的值为_____。



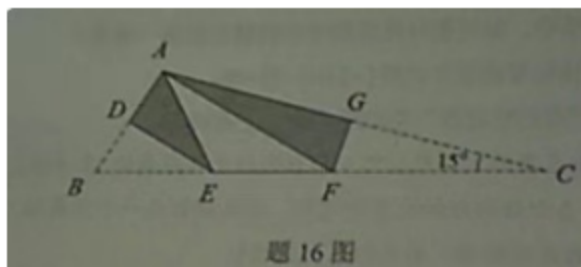
【答案】5

【解析】如图所示, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , $CE \perp OA$ 于点 E , 由 $AC = BC$, 则 $AD = BD = 2$, 则点 C 的纵坐标为 2, 在 $Rt\triangle BCD$ 中, $CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{(\frac{5}{2})^2 - 2^2} = \frac{3}{2}$, 所以 $AE = CD = \frac{3}{2}$, $OE = OA - AE = \frac{5}{2}$, 则点 C 的横坐标为 $\frac{5}{2}$, $k = xy = \frac{5}{2} \times 2 = 5$ 。故本题答案为 5。



16. 如图 16 所示, 将三角形纸片 ABC 折叠, 使点 B, C 都与点 A 重合, 折痕分别为 DE, FG , 已知 $\angle ACB = 15^\circ$, $AE = EF$, $DE = 3$, 则 BC

的长为_____。



【答案】 $4\sqrt{3}+6$

【解析】由翻折可知， $AE = BE$ ， $AF = CF$ ， $\angle CAF = \angle ACB = 15^\circ$ ，又 $AE = EF$ ，所以 $\angle AFB = \angle ACB + \angle CAF = 30^\circ$ ， $AE = EF = BE$ ，则 $\triangle ABF$ 是直角三角形。因为点 D、E 分别是 AB、BF 的中点，所以 $AF = 2DE = 6$ ，则 $CF = 6$ ， $BF = \frac{AF}{\cos 30^\circ} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3}$ ，所以 $BC = BF + CF = 4\sqrt{3} + 6$ 。故本题答案为 $4\sqrt{3} + 6$ 。

17. 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{\ln|x-2|} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 0

【解析】由题意可知，，所以 $\lim_{x \rightarrow 2} \ln|x-2| = -\infty$ ，所以

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{\ln|x-2|} = 0$ 。故本题答案为 0。

18. 命题“若 $x = -1$ ，则 $x^2 = 1$ ”的否命题是_____。

【答案】 若 $x \neq -1$ ，则 $x^2 \neq 1$

【解析】 原命题：非 p 则 q ，则否命题：若非 p 则非 q 。所以命题“若 $x = -1$ ，则 $x^2 = 1$ ”的否命题是“若 $x \neq -1$ ，则 $x^2 \neq 1$ ”。故本题答案为若 $x \neq -1$ ，则 $x^2 \neq 1$ 。

三、解答题（本大题共 2 小题，每一题 8 分，共 16 分）

19. $\triangle ABC$ 的 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c ，面积为 $2\sqrt{3}$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $a^2 + c^2 = 3ac$ ，求 b 的值。

【答案】 $b = 4$

【解析】 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ac \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ，可得 $ac = 8$ ， $a^2 + c^2 = 3ac = 24$ ；根据余弦定理可知， $\cos \angle B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{24 - b^2}{16} = \frac{1}{2}$ ，所以 $b = 4$ 。

20. 蒲公英基金会准备购买若干个足球和篮球捐赠给希望小学每个足球的价格都相同，每个篮球的价格也相同。已知篮球的单价比足球单价的 2 倍少 30 元，用 1200 元购买的足球数量是用 900 元购买的篮球数量的 2 倍。

(1) 足球和篮球的单价各是多少元？

(2) 根据学校实际情况，需购买足球和篮球共 280 个，但要求购买足球和篮球的总费用不超过 20000 元，则最多可以购买多少个篮球？

【答案】 (1) 足球的单价是 60 元，篮球的单价是 90 元；(2) 最多可以购买 106 个篮球。

【解析】 (1) 设足球的单价为 x 元，篮球的单价为 y 元，依题意有

$$\begin{cases} y = 2x - 30 \\ \frac{1200}{x} = 2 \times \frac{900}{y} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 90 \end{cases}, \text{所以足球的单价是 } 60 \text{ 元, 篮球的单价是}$$

90 元。

(2) 设篮球的数量为 m 个, 则足球的个数为 $280 - m$ 个, 依题意有 $60(280 - m) + 90m \leq 20000$, 解得 $m \leq 106\frac{2}{3}$, 因为 m 为整数, 所以 m 最大值为 106, 即最多可以购买 106 个篮球。

四、综合题 (本大题共 3 小题, 第 21 小题 8 分, 第 22 小题 10 分, 第 23 小题 12 分, 共 30 分)

21. 阅读以下材料:

《九章算术》在“方程”章中提出了“正负数”, 即正、负数的加减运算法则, 数学家刘徽对负数的出现作了如下解释: “两算得失相反, 要令正负以名之,” 他还主张在筹算中用红筹代表正数, 黑筹代表负数。

中国人使用负数在世界上是首创, 可以追溯到两千多年前, 但“负负得正”这一运算法则直到 13 世纪末才由数学家朱士杰给出, 在《算学启蒙》(1299) 中, 朱士杰提出: “明乘法, 同名相乘得正, 异名相乘得负。”

而 17 世纪以前, 国外许多数学家对于负数一直采取不承认的态度, 如法国大数学家韦达在解方程时就极力回避负数, 并把负数统统舍去, 直到笛卡尔创立了坐标系, 负数获得几何解释和实际意义, 才逐渐得到了公认。

请根据以上材料, 回答以下问题:

- (1) 初中数学教学中, 如何更好地帮助学生理解负数这一概念?
- (2) 请创设一个情境帮助学生理解 $(-2) \times (-3) = 6$ 。

【参考答案】

(1) ①创设更多贴近学生生活的情境，注重收集生活中与负数有关的素材，比如零下温度，电梯-1层，海拔等，帮助学生理解负数的意义。②通过数轴表示，让学生直观感受负数即表示的是比0小的数。③通过分类，让学生理解正数、0、负数的区别。

(2) 情境：假如一个人每天欠2元钱，那么给定日期的三天前，他的财产比给定日期的财产多6元。如果用-3表示三天前，用-2表示每天欠债，那么三天前他的经济状况可以表示为 $(-2) \times (-3) = 6$ 元。

22. 阅读以下“勾股定理的逆定理”的教学片段并回答问题。

师：据说，古埃及人画直角的方法是，把一根长绳打上等距离的13个结，然后以3个结间距、4个结间距、5个结间距的长度为边长，用木桩钉成一个三角形，其中一个角是直角，同学们，真的是这样的吗？那我们来试试吧！

生：好。

师：请同学们拿出圆规、带刻度的直尺和量角器，为了画起来方便，我们以3cm，4cm，5cm为边长画一个三角形，画完后我们用量角器测量三角形三个内角的度数。

（同学们开始动手，可是有的同学不知道怎么画了，教师提醒同学们学习全等三角形时是如何用三边来确定三角形的形状的。）

师：你们测量了吗？有直角吗？

生：有！

师：那老师再给同学们一组数据：2.5cm、6cm、6.5cm，请同学们测量一下是不是也是直角三角形呢？

（同学们开始画图并测量）

生：也是！

师：好的，那请同学们观察以下这两组数据有什么特点？

（教师播放多媒体课件，展示两个等式“ $3^2+4^2=5^2$ ”
“ $2.5^2+6^2=6.5^2$ ”。）

师：通过测量和计算，我们发现两个数的平方和等于第三个数的平方，那么以这三个数为边长的三角形是直角三角形，它的题设、结论和上一节勾股定理的题设、结论正好相反，这就是“勾股定理的逆定理”。

- （1）请简述该教学片段的设计意图。
- （2）请指出这段教学的不足之处，并提出改进建议。

【参考答案】

（1）设计意图：①通过创设古埃及人画直角的方法这一故事情境，激发学生思考，引导学生通过体验、探索等方式获得基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验，促使学生主动地、富有个性地学习，不断提高发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。②教师通过让学生自己动手画三角形和测量角，引导学生自己去获取新知，启迪了学生的思维。充分体现了现代课堂教师是主导，学生是主体的理念。

（2）不足之处：①在观察数据特点以及做总结时，没有引导学生自己总结，建议：教师可以给出具体的思路，引导学生自己总结或小组讨论得出结果，充分发挥学生的主体作用。

②在教师提出问题，学生回答后或学生动手操作量出直角后，对学生没有给予明确的评价。建议：教师应该注重评价的重要性，遵循评价主题多元化、评价方式多样化的原则，采用自评、互评、教师评等方式激励学生学习。

③教师通过两组算式得出结论之后，没有让学生再进行验证结论是否成立。建议：教师可以再让学生举几组这样的例子，然后问是否构成了直角三角形，加深学生的认知。

23. 阅读《义务教育教科书教学，九年级下册》：

26.1.2 反比例函数的图象和性质

我们知道，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象是一条直线，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是一条抛物线，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象是什么样呢？我们用“描点”的方法，画出反比例函数的图象，并利用图象研究反比例函数的性质。

我们先研究 $k>0$ 的情形。

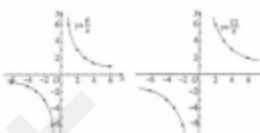
例 1 画出反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 与 $y=\frac{12}{x}$ 的图象。

解：列表表示几组 x 与 y 的对应值（填表）：

x	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6
$y=\frac{6}{x}$	-1	-1.5	-2	-3	-6	6	3	2	1.5	1
$y=\frac{12}{x}$	-2	-3	-4	-6	-12	12	6	4	3	2

你还能找到
哪些“描点”的
方法画出函数的
图象吗？

描点连线，以表中各对应值为坐标，描出各点，并用平滑的曲线顺次连接这些点，就得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 与 $y=\frac{12}{x}$ 的图象（图 26.1-1）。



利用你列表求出的点，可以很容易地画出反比例函数的图象。

图 26.1-1

思考

观察反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 与 $y=\frac{12}{x}$ 的图象，回答下面的问题。

- (1) 每个函数的图象分别位于哪些象限？
- (2) 在每一个象限内，随着 x 的增大， y 如何变化？你能由它们的解析式说明理由吗？
- (3) 对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$)，考虑问题 (1) (2)，你能得出同样的结论吗？

一般地，当 $k>0$ 时，对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，由函数图象（图 26.1-2），并结合解析式，我们可以发现：

- (1) 函数图象分别位于第一、第三象限；
- (2) 在每一个象限内， y 随 x 的增大而减小。

当 $k<0$ 时，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象和性质是怎样的呢？



图 26.1-2

你能由函数的解析式说明这些结论吗？

探究

回顾上面我们利用函数图象，从特殊到一般研究反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的性质过程，你能用类似的方法研究反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 的图象和性质吗？

一般地，当 $k<0$ 时，对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ，由函数图象（图 26.1-3），并结合解析式，我们可以发现：

- (1) 函数图象分别位于第二、第四象限；
- (2) 在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大。

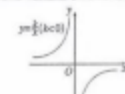


图 26.1-3

反比例函数的图像由两条曲线组成，它是双曲线。



一般地，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像是双曲线，它具有以下性质：

(1) 当 $k > 0$ 时，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一个象限内， y 随 x 的增大而减小；

(2) 当 $k < 0$ 时，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一个象限内， y 随 x 的增大而增大。

根据以上材料内容，完成下列问题：

(1) 请拟定“反比例函数的图像和性质”这一部分的教学目标；

【参考答案】

教学目标：①会画反比例函数图像，掌握反比例函数的主要性质。②通过观察图像，概括反比例函数的有关性质，培养学生的概括、总结的能力，体会数形结合的思想。③培养学生积极参与，乐于探究，善于交流的好习惯，增强他们对数学学习的好奇心和求知欲。

(2) 依据(1)中拟定的教学目标设计一个教学片段，并说明其中体现的数学思想。

【参考答案】

问题导入：

教师活动：我们已经知道一次函数的图像是一条直线，二次函数的图像是一条抛物线，那么反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数、 $k \neq 0$) 的图像又是什么呢？猜猜看，应该怎么画呢？

学生活动：学生根据已有的知识经验，回忆画函数图像的一般方法和步骤，类比一次函数和二次函数的图像进行猜想。

设计意图：通过回忆一次函数和二次函数图像的画法和步骤，不仅可以帮助学习巩固之前所学，同时进一步体会数形结合的思想，在此基础上猜想反比例函数的图像，也体现了类比的数学思想方法。